Selbstorganisation:

Die spontane Entstehung oder Stabilisierung
von Systemzuständen mit höherem Ordnungsgrad

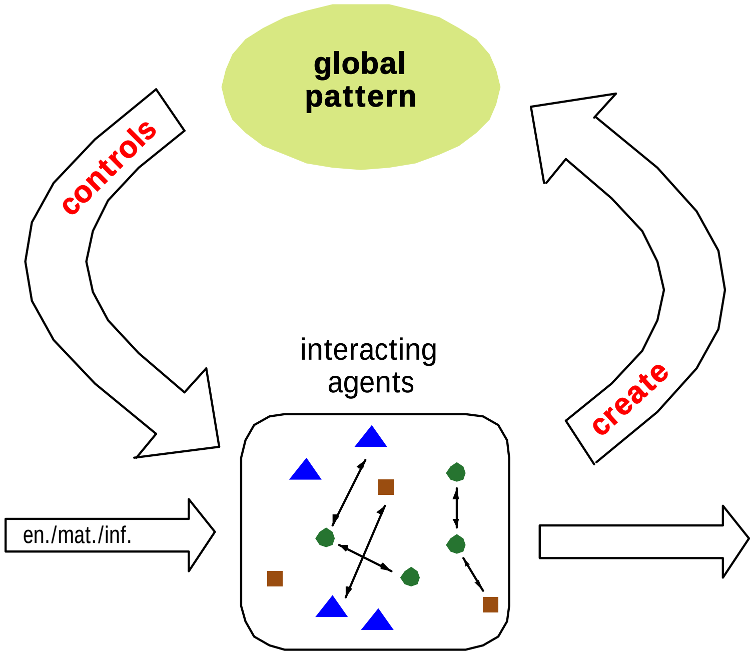
Emergenz:

Das Auftreten qualitativ neuartiger System-Eigenschaften, die irreduzibel auf dem Zusammen-spiel aller Komponenten beruhen

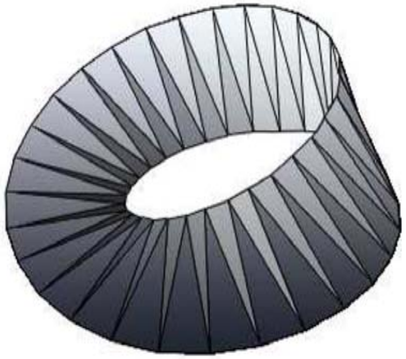
Modelle u. Strömungen:

- Synergetik
- Stigmergie
- Schwarmdynamik
- Multiagenten-Systeme

Selbstorganisation durch Mikro-Makro-Kopplung:



Emergenz in der Mathematik:



- Obwohl die Begriffe **Selbstorganisation (SO)** und **Emergenz (EG)** in der (keineswegs ausgereiften) Theorie komplexer Systeme eine zentrale Rolle einnehmen, gibt es noch immer **Diskurse über gewisse Feinheiten der Definition** (siehe hierzu z.B. die Publikationen *ryan06:EmergenceScope* und *deWolf05:EmergenceSO*) und viele Fälle von unsauberer Benutzung. Die folgenden Kommentare dienen der Präzisierung der Definition auf der Folie.

- Der Begriff „**spontan**" in der Definition von SO bedeutet hier soviel wie „autonom", d.h. **ohne steuernde Kräfte oder Anweisungen von außen**. Diese Definition würde zunächst auch Fälle zulassen, wo sich innerhalb des Systems ein planvoll arbeitendes Subsystem (der „Bauleiter") befindet, welches für die Organisation verantwortlich ist. Normalerweise denkt man bei SO aber an Systeme **ohne eine zentrale Kontroll-Instanz** und **ohne expliziten Gesamt-Bauplan**.

- Eine triviale Möglichkeit, den **Bauplan dezentral aufzuteilen** wäre z.B. folgende: Eine Gruppe autonomer, beweglicher, mit minimaler Intelligenz sowie GPS-System ausgestatteter Roboter steht zunächst ungeordnet auf einem Bauplatz. Jeder **Roboter** hat auf dem Platz einen **vorprogrammierten Zielort** (gespeichert als absolute Koordinaten), welchen er selbständig ansteuert und dabei Zusammenstöße mit seinen Kollegen vermeidet. Auf diese Weise entsteht im Endzustand ein vorbestimmtes Muster aus Robotern, das z.B. von oben wie ein Buchstabe „R" aussieht. Bei diesem Beispiel ist die Existenz eines Planes immer noch offensichtlich, auch wenn dieser auf alle Komponenten verteilt ist.

- Man kann das obige **Roboter-Beispiel schrittweise interessanter gestalten**. Erster Schritt: Die Roboter haben nur ihre relative Soll-Position zu allen anderen Kollegen gespeichert (GPS wird also unnötig). Der SO-Prozeß wird dadurch translations-invariant. Zweiter Schritt: Die Roboter kennen nur ihre Soll-Position relativ zu relativ wenigen Nachbarn. Nicht alle Muster lassen eine solche Vereinfachung zu. Auch könnten sich so mehrere Endzustände bilden.

- „Systemzustände mit höherem **Ordnungsgrad**" sind dadurch ausgezeichnet, daß sich der ursprüngliche **Variations-Spielraum** des Systems sozusagen freiwillig **verringert**, d.h. nur noch ein kleinerer Teil des Zustandsraumes (im Extremfall nur noch ein bestimmter Punkt) wird tatsächlich besucht. Deshalb läßt sich der geordnete Zustand einfacher und kompakter beschreiben, sein **Informationsgehalt ist komprimierbar**.

- In der Theorie dynamischer Systeme bezeichnet man solche verkleinerten Ziel-und End-Bereiche im Zustandsraum als **Attraktoren**.

- In der Sprache der Thermodynamik hat ein Zustand mit höherem Ordnungsgrad eine geringere **Entropie**. In einem abgeschlossenen System wäre ein spontaner Übergang von höherer zu niedrigerer Entropie nach dem 2. Hauptsatz aber verboten. Somit müssen **selbst-organisierte Systeme nach außen offen** sein für den Fluß von Energie, Materie und/oder Information. Sie befinden sich oft im **dynamischen Nichtgleichgewicht**.

- Neben der erstmaligen Entstehung geordneter Zustände aus einem weniger geordneten Anfangszustand verbindet man mit dem Begriff der SO aber auch die autonome Aufrechterhaltung (**Stabilisierung**) von Ordnung. Da offene Systeme mit der **Umwelt** in Wechselwirkung stehen, bewirkt diese i.d.R. auch immer wieder **Störungen des geordneten Soll-Zustandes**. Bildet dieser einen stabilen Attraktor (vgl. lineare Stabilität) und wird das System nicht über die Grenzen des Attraktionsbeckens hinaus ausgelenkt, bringen die internen Kräfte den System-Zustand nach einer einmaligen Störung immer wieder zum Soll zurück. Das System ist somit **robust** gegen Störungen.

- Im Falle dauerhafter Veränderungen der Umwelt wird möglicherweise eine **Anpassung** (also grundsätzliche Um-Organisation) des Systems erforderlich. In Anlehnung an lebende Organismen spricht man in diesem Zusammenhang auch von „**Selbst-X-Eigenschaften**", wie z.B. Selbst-Heilung, Selbst-Optimierung, Selbst-Lernen, usw..

- In naher Zukunft wird es wahrscheinlich immer mehr **technische Systeme mit Selbst-X-Eigenschaften** geben, da bei zunehmender Komplexität eine externe Kontrolle zu aufwändig wird (vgl. Organic Computing). Solche Systeme wünscht man sich zusätzlich mit „**selbst-erklärenden Eigenschaften**" ausgestattet: Man möchte im Notfall auch als Mensch die Struktur und Handlungsweise der selbst-organisierten Systeme noch verstehen können. Sie dürfen sich also nicht (wie die biologische Natur) in opportunistischer und daher unübersichtlicher Weise entwickeln, sondern sollen möglichst modular und nach einfachen Prinzipien organisiert sein.

- Die „qualitative Neuartigkeit“ **emergenter Eigenschaften** soll sie von System-Zuständen abgrenzen, die sich nur quantitiv im Grad der Ordnung unterscheiden.

- **SO ohne EG**: Wenn etwa eine diffuse Gaswolke im Kosmos zusätzliche Materie anzieht und sich gravitativ zunehmend kontrahiert, findet zunächst lediglich Selbst-Organisation statt (der Ordnungsgrad nimmt kontinuierlich zu). Sobald aber aber einem gewissen kritischen Druck Kernverschmelzung eintritt, sind neuartige emergente Eigenschaften auf den Plan getreten.

- Natürlich gibt es unzählige Beispiele zur **Emergenz in der Natur**: Stabile **Kerne** aus Nukleonen, **Atome** aus Kernen und Elektronen, **chemische Verbindungen** mit völlig neuen Materieleigenschaften (vergleiche hierzu die Mischung aus Wasserstoff und Sauerstoff mit dem Wasser nach einer Knallgas-Reaktion), **autokatalytische Reaktionssysteme**, **Leben**, **Bewußtsein**, usw.

- Ebenso finden sich beliebig viele Beispiele zur **Emergenz in der technischen Sphäre**: Die Fähigkeit, oszillatorische elektrische Ströme zu produzieren entsteht, sobald ein Kondensator und eine Spule zu einem **Schwingkreis** verschaltet werden. **Funk**-Sender und -Empfänger haben die emergente Eigenschaft, Signale über den leeren Raum hinweg zu übertragen, usw.

- **EM ohne SO**: Emergente Eigenschaften müssen sich nicht selbst organisieren. Wenn etwa ein Mensch mehrere asymmetrische Einzelteile zu einer **Holz-Kugel** zusammensetzt, entsteht eine **qualititiv neue Eigenschaft - Kugelsymmetrie** - und damit oft auch neue Funktionen, wie etwa hier die Fähigkeit zu Rollen.

- Man beachte, daß im Bsp. der Holzkugel die wesentliche neuartige Eigenschaft nur durch **kollektives Zusammenwirken sämtlicher Einzelteile** zustande kommen kann. Würde man nur ein einziges Teil weglassen, ginge die emergente Eigenschaft verloren. In diesem Sinne ist sie **irreduzibel**.

- Im Bild unten auf der Folie zeigt ein aus Dreicken zusammengesetztes **Möbius-Band**. Unmittelbar bevor das letzte Dreieck eingebaut wird, hat die Struktur topologisch zwei Seiten. Sobald das Möbius-Band vollständig ist, besitzt es plötzlich nur eine Seite: Ein qualititiver Sprung.

- Bei der Analyse eines Systems mit neuartigen Eigenschaften (immer im Vergleich zu denen der Bestandteile) kommt es darauf an, das **minimale, irreduzible Teilsystem** zu finden. Dieses enthält keinerlei redundante Teile mehr. Wird auch nur ein Teil entfernt, so verschwindet die emergente Eigenschaft.

- Zur Verdeutlichung noch ein eher physikalisches Beispiel: Die Untersuchung einer rötlichen Flüssigkeit ergibt, daß es sich um Wasser mit etwas **Farbstoff** handelt. Trennt man das Wasser vom Farbstoff ab, ist letzterer immer noch rot, während das Wasser die Eigenschaft verloren hat. Man kann auch vom reinen Farbstoff noch fast alles entfernen, bis man zu einem einzigen Farbstoff-Molekül kommt. Diese hat immer noch die Eigenschaft, Photonen im roten Frequenzbereich zu fluoreszieren. Erst nachdem auch das Molekül in seine Bestandteile zerlegt wird, geht die Eigenschaft endgültig verloren. Somit ist die Rot-Emission nicht eine emergente Eigenschaft der ursprünglichen roten Flüssigkeit, sondern des Einzel-Farbstoff-Moleküls.

- Manche Autoren verwenden den Begriff der **Irreduzibilität** im Zusammenhang mit Emergenz **in einem epistemologischen Sinn**. Sie beziehen sich dann meist auf emergente Eigenschaften, die so grundsätzlich neu- und andersartig sind, daß sie auch im Nachhinein (nachdem man sie entdeckt hat) nicht aus den Wechselwirkungen der Systemkomponenten verstanden werden können. Hierzu bildet möglicherweise die Entstehung von Bewußtsein in komplexen Nervenzellen-Verbänden ein Beispiel. Solche radikal emergenten Eigenschaften sind aber nicht Gegenstand dieser Vorlesung.

- Viele Phänomene der Selbstorganisation lassen sich im Schema der **Mikro-Makro-Kopplung** (siehe Folie) beschreiben: Durch ein **offenes System autonomer, wechselwirkender Agenten** (mikroskopische Ebene) fließt ein **Strom von Energie, Materie, oder Information**, der das System in einem **permanenten Nicht-Gleichgewichts-Zustand** hält. Durch das Wechselspiel der Agenten entstehen **globale Muster** (makoskopische Ebene). Diese wirken auf die Agenten zurück (**zirkulare Kausalität**).

- Anfänglich schwache globale Muster können durch **positive Rückkopplung** verstärkt werden. Umgekehrt kann **negative Rückkopplung** die ausgereiften Muster stabilisieren.

- Es ist wichtig zu betonen, daß eine mathematische **Modellierung** der Dynamik **des Agenten-Systems** im Prinzip **ohne explizite Verwendung des globalen Musters möglich** ist. Normalerweise kann die Zeitentwicklung der Variablen, welche die Zustände der Agenten beschreiben, z.B. durch numerisches Lösen von entsprechenden gekoppelten Differentialgleichungen oder mithilfe einer stochastischen Monte-Carlo-Simulation vollständig auf der mikroskopischen Ebene simuliert werden. Die Variablen des globalen Musters kommen dabei überhaupt nicht im Gleichungssystem vor. Dies ist eine **reduktionistische Betrachtungsweise**, die ohne Rückwirkung der Makro-Ebene auf die Mikro-Ebene auskommt.

- Allerdings ist ein **echtes Verständnis** des Systems oft erst möglich, **wenn** das Problem (zumindest näherungsweise) so umformuliert wird, daß **man die Rolle des globalen Musters klar erkennt**. Dieser Aspekt soll in der folgenden Aufgabe näher beleuchtet werden.

- **Aufgabe (1): Selbstorganisation durch Relaxation wechselwirkender Teilchen:**

  Wir betrachten in der x-y-Ebene N zufällig verteilte, gleichschwere Teilchen in überdämpfter Näherung (Reibungskonstante γ). Zwischen je zwei Teilchen i und $j \neq i$ wirken harmonische WW-Potentiale $U(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \frac{k}{2}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2$, wobei k eine positive Konstante ist. Anfangs ($t \leq 0$) werden alle Teilchen noch in der Anfangs-Konfiguration festgehalten. Bei $t = 0$ werden sie losgelassen.

  (a) Bestimmen sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen des Systems.

  (b) Wie wird sich das System vermutlich zeitlich entwickeln ?

  (c) Drücken Sie nun die Bewegungsgleichungen aus in neuen Koordinaten $\vec{S}$ für den Schwerpunkt und $\Delta\vec{r}_i = \vec{r}_i - \vec{S}$ für die Teilchenpositionen relativ zum Schwerpunkt.

  (d) Lösen Sie diese umformulierten Gleichungen.

  (e) Wie ändern sich die Varianz der Teilchenverteilung mit der Zeit ? Welche Energieformen werden inanander umgewandelt ?

  (f) Wie hängt die charakteristische Dauer τ_C des Relaxations-Vorganges von der linearen Ausdehnung der Anfangs-Verteilung der Teilchen ab ?

  (g) Welchen Endzustand erwarten sie intuitiv, wenn die harmonische attraktive Wechselwirkung jenseits eines endlichen Maximalradius r_1 abgeschnitten wird (d.h. U für $|\vec{r}_j - \vec{r}_i| > r_1$ konstant bleibt) ?

  (h) Wie entwickelt sich nach ihrer Einschätzung ein überdämpftes System von Teilchen, die über ein Lenard-Jones-Potentiel wechselwirken ?

  (i) Handelt es sich bei obigen Relaxations-Vorgängen wirklich um SO-Prozesse ? Tritt dabei auch Emergenz auf ?

Aufgabe 1: SO durch Relaxation

(a) Gekoppelte Bewegungsgleichungen:

Kraft auf Tlch. i: $\vec{F}_i = \sum_{j\neq i} \left[-\frac{d}{d\vec{r}_i}\, U(\vec{r}_i, \vec{r}_j) \right]$

$\vec{F}_i = \sum_{j\neq i} -\frac{d}{d\vec{r}_i} \left[\frac{k}{2}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 \right] =$
$-\, k \sum_{j\neq i}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = k \sum_{j\neq i}(\vec{r}_j - \vec{r}_i)$

Überdämpfte Bew.gl.: $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \vec{F}_i/\gamma$

Somit: $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{k}{\gamma} \sum_{j\neq i}(\vec{r}_j - \vec{r}_i) \quad \forall i$

(b) Zeitliche Entwicklung:

Wechselwirkungen zwischen je zwei Punkten verhalten sich wie Hooksche Federn der Ruhelänge Null. In jeder ausgedehnten Anfangs-Konfiguration sind Federn noch gespannt. Feder-Netzwerk versucht sich daher zu kontrahieren. Geschwindigkeit der Kontraktion wird durch Dämpfung (Reibung) gebremst.

(c) Gleichschwere Teilchen
$\Longrightarrow$ Schwerpunkt $\vec{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i$

Das Ausschließen des Terms $j = i$ in der gekoppelten Bewegungsgleichung ist in unserem Fall unnötig, da ohnehin gleich Null $\Longrightarrow$ $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{k}{\gamma} \sum_{j=1}^{N}(\vec{r}_j - \vec{r}_i)$

Umformulierung:

$\frac{\gamma}{k} \frac{d}{dt}\vec{r}_i = \sum_{j=1}^{N}(\vec{r}_j - \vec{r}_i) = \left(\sum_{j=1}^{N} \vec{r}_j \right) - \left(\vec{r}_i \sum_{j=1}^{N} \right)$
$= \left(N\vec{S} \right) - (\vec{r}_i N) = N(\vec{S} - \vec{r}_i)$

Somit $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{Nk}{\gamma}(\vec{S} - \vec{r}_i)$ (formal entkoppelt)

Mit $\Delta\vec{r}_i = \vec{r}_i - \vec{S}$ folgt $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{d}{dt}\Delta\vec{r}_i + \frac{d}{dt}\vec{S}$

$\Longrightarrow$ $\frac{d}{dt}\Delta\vec{r}_i + \frac{d}{dt}\vec{S} = \frac{Nk}{\gamma}(\vec{S} - \vec{r}_i) = -\frac{Nk}{\gamma}\Delta\vec{r}_i$

Somit $\frac{d}{dt}\Delta\vec{r}_i = -\frac{Nk}{\gamma}\Delta\vec{r}_i + \frac{d}{dt}\vec{S}$

(d) Lösung der entkoppelten Gleichungen:

Zum Startzeitpunkt ist der Schwerpunkt in Ruhe, somit $\frac{d}{dt}\vec{S}(t = 0) = 0$. Rein systeminterne Kräfte können aber den Schwerpunkt des Systems nicht beeinflussen. Es gilt daher $\frac{d}{dt}\vec{S} = 0 \ \forall t$.

Die Relativ-Koordinaten entwickeln sich deshalb wie $\frac{d}{dt}\Delta\vec{r}_i = -\frac{Nk}{\gamma}\Delta\vec{r}_i$

Die Lösung lautet:

$\Delta\vec{r}_i(t) = \Delta\vec{r}_i(0)\, e^{-\frac{Nk}{\gamma}t}$

Alle Teilchen bewegen sich geradlinig auf den Schwerpunkt zu. Die Beträge ihrer Geschwindigkeiten klingen dabei exponentiell ab.

(e) Die Varianz $\overline{\Delta r^2}$ der Teilchen-Verteilung ist die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelpunkt (Schwerpunkt $\vec{S}$):

$\Longrightarrow$ $\overline{\Delta r^2}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \Delta\vec{r}_i^{\,2}(t) =$
$= \frac{1}{N}\, e^{-2\frac{Nk}{\gamma}t} \sum_{i=1}^{N} \Delta\vec{r}_i^{\,2}(0) =$
$= \overline{\Delta r^2}(0)\ e^{-2\frac{Nk}{\gamma}t}$

Die Varianz $\overline{\Delta r^2}(t)$ der Teilchen, die ein Maß für die Unordnung im System darstellt, nimmt mit der Zeit exponentiell ab.

Ursprünglich hat das System eine hohe potentielle Energie. Diese verringert sich mit zunehmender Kontraktion immer weiter.

Während der Relaxation haben die Teilchen eine endliche Geschwindigkeit und somit kinetische Energie. Aufgrund der Reibung im überdämpften System wird diese laufend in Wärme umgewandelt. Letztlich geht die gesamte Anfangsenergie als Wärme aus dem System verloren.

(f) Dauer der Kontraktion:

Aufgrund der sehr speziellen Eigenschaften des harmonischen WW-Potentials beträgt die charakteristische Dauer der Knotraktion, unabhängig von der anfänglichen Ausdehnung, immer $\tau_C = \frac{\gamma}{Nk}$. Der längere Kontraktionsweg wird genau durch die größere Anfangsgeschwindigkeit ausgeglichen.

(g) Harmonische WW mit endlicher Reichweite:

Teilchen mit zu großer Anfangs-Entfernung $r_{ij} > r_1$ spüren sich nicht. Das System sollte nun je nach Start-Konfiguration in mehrere, voneinander separierte Zentren kollabieren.

(h) Das Lenard-Jones-Potential zeichnet sich neben einer begrenzten Reichweite r_1 zusätzlich aus durch die Existenz eines endlichen Gleichgewichts-Abstandes r_0 (wobei $0 < r_0 < r_1$), sowie durch die starke Abstoßung bei kleinen Abständen $r < r_0$.

Das System sollte nun die Tendenz haben, kristall-artige Konfigurationen auszubilden, innerhalb derer die Abstände zwischen benachbarten Teilchen nahe r_0 liegen. Wegen der endlichen Reichweite sollte der Endzustand wieder aus separaten Gruppen bestehen.

(i) Da sich der Ordnungszustand (Ausdehnung der Konfiguration) spontan erhöht, handelt es sich bei allen obigen Relaxations-Vorgängen um Selbstorganisations-Prozesse. Beim normalen und abgeschnittenen harmonischen Potential liegt eher keine Emergenz vor, da keine qualitativ neuen Eigenschaften auftreten. Dagegen kann sich im Lenard-Jones-Fall aus einer asymmetrischen Anfangskonfiguration eine symmetrische Endkonfiguration bilden. Dies könnte man durchaus als emergente Eigenschaft bezeichnen.

Bew.gl. für den Schwerpunkt:

Wegen $\Delta\vec{r}_i = \vec{r}_i - \vec{S}$ gilt
$\frac{d}{dt}\Delta\vec{r}_i = \frac{d}{dt}\vec{r}_i - \frac{d}{dt}\vec{S}$

Somit $\frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{Nk}{\gamma}(\vec{S} - \vec{r}_i)$ (formal entkoppelt)